

## **Nullity: O indeterminado na matemática – o Ápeiron de Anaximandro de Mileto traduzido para a Aritmética dos Números Transreais**

*Nullity: The Indeterminate in Mathematics – The “Apeiron” of Anaximander of Miletus Translated to the Transreal Numbers Arithmetic*

WALTER GOMIDE\*

**Resumo:** Neste pequeno artigo, procuro mostrar que o conceito de ápeiron, presente no pensamento filosófico de Anaximandro de Mileto, admite uma tradução matemática para a aritmética dos Números Transreais, novo domínio numérico, criado pelo cientista inglês da computação, James Anderson. A partir dessa tradução, a estrutura metafísica da Natureza, baseada em uma concepção trágica da Realidade, admite uma interpretação matemática, e este fato permite que expandamos a linguagem matemática, a fim de que ela possa apresentar aspectos da Realidade em que noções, usualmente, fora do escopo da Matemática, como o Indeterminado, possam ser apresentados matematicamente.

**Palavras-chave:** Ápeiron. Indeterminado. Trágico. Números Transreais. Nullity.

**Abstract:** In this short article, I seek to show that the concept of apeiron, present in the philosophical thoughts of Anaximander of Miletus, admits a mathematical translation to the Transreal Numbers Arithmetic, a new numerical domain created by English computer scientist James Anderson. From this translation, the metaphysical structure of Nature, based on a tragic conception of Reality, admits a mathematical interpretation, and this fact allows us to

---

\* Walter Gomide é professor adjunto do Departamento de Filosofia da Universidade Federal de Mato Grosso (UFMT), Doutor em Filosofia pela Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro (PUC-Rio) e tem pós-doutorado em História das Ciências, das Técnicas e Epistemologia (HCTE-UFRJ). Contato: [waltergomide@yahoo.com](mailto:waltergomide@yahoo.com)

expand mathematical language so that it can present aspects of Reality in which notions usually out of the scope of Mathematics, like the Indeterminate, can be presented mathematically.

**Keywords:** Apeiron. Indeterminate. Tragic. Transreal Numbers. Nullity.

Segundo Anaximandro de Mileto, filósofo pré-socrático que, de acordo com Nietzsche (*A Filosofia na Época Trágica dos Gregos*, 1996, §4), é um autêntico representante da filosofia trágica, todas as coisas – toda a realidade, por assim dizer – vieram do Indeterminado, do *ápeiron* fundamental.

Ao contrário dos seus contemporâneos que buscavam a unidade do Ser em algum elemento determinado do mundo sensível, como a *água*, de Tales de Mileto, ou o *Fogo*, de Heráclito de Éfeso, Anaximandro deu um salto conceitual e introduziu o abstrato Indeterminado como a origem de tudo. Claramente, a tese de Anaximandro não se justifica somente por uma observação detida da natureza, mas se impõe como a conclusão de um argumento de matriz trágica, o qual pode ser expresso da forma seguinte:

- 1) *Todas as coisas determinadas devem morrer para expiar uma falta.*
- 2) *A origem de tudo é eterna, imortal.*

---

*Portanto, a origem de tudo, a substância de onde a Realidade surge, não pode ser determinada; é o Indeterminado.*

O argumento acima, apresentado com a típica “dureza” de uma linguagem que se pretende lógica, ganha fluidez e riqueza literária nas palavras de Nietzsche:

Pode não ser lógico, mas, em todo caso, é bem humano e, além disso, está no estilo do salto filosófico descrito antes, considerar agora, com Anaximandro, todo vir-a-ser como uma emancipação do ser eterno, digna de castigo, como uma injustiça que deve ser expiada pelo sucumbir. Tudo o que alguma vez veio a ser, também perece outra vez, quer pensemos na vida humana, quer na água, quer no quente e no frio: por toda parte, onde podem ser percebidas, podemos profetizar o sucumbir dessas propriedades, de acordo com uma monstruosa prova experimental. Nunca, portanto, um ser que possui propriedades determinadas, e consiste nelas, pode ser a origem e princípio das coisas; o que é verdadeiramente, conclui Anaximandro, não pode possuir propriedades

determinadas, senão teria nascido, como todas as outras coisas, e teria de ir ao fundo. Para que o vir a ser não cesse, o ser originário tem de ser indeterminado. A imortalidade e eternidade do ser originário não está em sua infinitude e inexauribilidade – como comumente admitem os comentadores de Anaximandro –, mas em ser destituído de qualidades determinadas, que levem a sucumbir: e é por isso, também, que ele traz o nome de “o indeterminado” (NIETZSCHE, *A Filosofia na Época Trágica dos Gregos*, §4, 1996).

Como clara e belamente fica exposto por Nietzsche, tudo o que tiver propriedades determinadas deverá morrer, a fim de pagar um castigo; e este castigo é devidamente aplicado a tudo que nasce, a tudo que ousa se diferenciar da origem eterna e *indeterminada*, posto que esta é imortal; tudo o que se determina – que tem propriedades determinadas – deve sucumbir do nascimento à morte: dialeticamente falando, todo ente deve trafegar do ser para o não-ser para poder reconciliar-se com o *ápeiron eterno*.

Essa dinâmica trágico-metafísica<sup>1</sup> proposta por Anaximandro, para explicar o devir e sua dialética intrínseca, pode ser simbolizada, de forma bem livre e intuitiva<sup>2</sup>, da seguinte maneira: chamemos o *ápeiron* de  $\Lambda$ ; do *ápeiron*, todas as coisas determinadas  $\phi$  têm origem, e chamemos o processo de separação de  $\phi$  de  $\Lambda$  de  $f$ . Desse modo, a decantação de  $\phi$  do *ápeiron* – a separação que deverá ser expiada – pode ser representada da forma seguinte:

$$1) \Lambda \rightarrow f\phi$$

Uma vez ocorrendo a separação, a justiça cósmica demanda que haja o reparo por essa divisão ou cisão na fonte originária do *ápeiron*. Eis que então, o que se determina, o que se separa, deve morrer para que a situação inicial volte

1. Por “dinâmica trágico-metafísica” entendo uma compreensão do Mundo e da existência humana na qual não há lugar algum para o conceito de liberdade ou escolha. Dentro da compreensão trágico-metafísica, as leis cósmicas são inexoráveis e impossíveis de serem burladas ou enfraquecidas pela ação humana. No caso da dinâmica propriamente natural da Realidade, esta será totalmente exaurida por leis determinísticas, não havendo possibilidade de falarmos de acaso ou probabilidade. Na hipótese da vigência de uma “completa dinâmica trágico-metafísica” – como é o caso de Anaximandro–, tanto o homem quanto a Natureza estão obrigados a seguir, inexoravelmente, as leis cósmicas, sendo estas ou de Natureza Moral ou de caráter matemático-determinístico.

2. Sobre a possibilidade de traduzir, matematicamente, os conceitos fundamentais da filosofia de Anaximandro, alguns comentários serão feitos posteriormente, neste breve artigo.

a existir; e assim, aparece a função de reparação  $f^*$ , cujo papel é introduzir, no âmbito do determinado, o perecimento, a morte que leva tudo que *ousou* se determinar ao seio original do indeterminado. Em linguagem matemática, tal narrativa trágica fica, concisamente, expressa da forma seguinte:

$$2) \phi \rightarrow f^*f\Lambda$$

Conjuntamente, as expressões 1) e 2) nos mostram o princípio trágico – e, portanto, determinístico – subjacente à estrutura cósmica presente no pensamento de Anaximandro. Segundo esse princípio, *do ápeiron tudo sai e ao ápeiron tudo voltará*, máxima esta que admite uma expressão matemática mais sintética ainda, do que a conjunção de 1) e 2), a saber:

$$3) \Lambda \rightarrow f^*f\Lambda$$

Com a expressão 3), o dinamismo cósmico, peculiar à filosofia de Anaximandro, encontra uma formulação de extrema concisão, e reveladora do ciclo de separação e reparação inerente ao pensamento trágico do filósofo de Mileto. Cabe perguntar se esse esquematismo matemático dado em 3) possui, em alguma esfera da matemática, um tipo de *modelização* adequado; e a resposta a essa questão se dá, positivamente, a partir de uma possível interpretação dada ao número *Nullity*, no âmbito da aritmética dos transreais, como será visto a seguir.

Os números transreais foram criados pelo cientista inglês da computação, James Anderson, por volta do final da mais recente década de 90 (cf. ANDERSON, 1997). Em grandes linhas, os números transreais consistem em uma extensão dos números reais, de tal forma que a divisão por zero pode ser admitida, fato este, completamente, interdito nas operações numéricas feitas no âmbito dos números reais. Com essa admissão da existência de frações com denominador igual a zero, no contexto computacional, propicia-se o surgimento de computadores mais velozes e eficientes, posto que a programação de computadores com a linguagem dos transreais é total, isto é, todas as possibilidades de divisão são permitidas, sintaticamente, e com isso, os usuais *trava-mentos* na execução de programas que, eventualmente, se deparassem com a divisão por zero são eliminados.

Mais precisamente, o conjunto dos números transreais  $\mathbb{R}^T$  consiste na união dos números reais com o conjunto

$$T = \{1/0, -1/0, 0/0\},$$

tal que:

- a)  $1/0 = \infty$  (infinito positivo);
- b)  $-1/0 = -\infty$  (infinito negativo);
- c)  $0/0 = \Phi$  (“Nullity” ou Nulidade).

Assim, os números transreais  $\mathbb{R}^T$  são definidos como

$$\mathbb{R}^T = \mathbb{R} \cup \{\infty, -\infty, \Phi\},$$

de tal forma, que os infinitos positivo ou negativo sejam identificados com frações de denominadores nulos, e numeradores iguais a 1 ou -1, respectivamente, e o número  $\Phi = 0/0$  admita a interpretação de ser visto como a expressão matemática do indeterminado, como será visto em sequência.

Para visualizarmos a expressão  $0/0$ , como o referente matemático do indeterminado, basta postularmos a existência de um *único número real*  $c$ , tal que:

- d)  $0/0 = c_{\in \mathbb{R}}$

A condição de unicidade da existência de  $c$  se deve ao fato de a divisão ser uma correspondência funcional de dois argumentos e, por definição, toda correspondência funcional de  $n$  argumentos só permite uma única imagem relacionada a esses; daí, a necessidade de  $c$  ser único.

Uma vez que admitimos a existência de um único número real  $c$ , que seja igual a  $0/0$ , temos então que:

- e)  $0 = c \cdot 0$

Na aritmética dos números reais, *qualquer número real* satisfaz a equação acima e, por conseguinte, a tese de que  $c$  é único, não se verifica, sendo gerado, portanto, um absurdo: a existência e a não existência da unicidade de  $c$ . Assim, a expressão  $0/0$  está interdita nos números reais, posto que sua utilização como um número definido gera um absurdo.

Entretanto, podemos tomar o número  $c$  não como único, mas justamente, como a superposição de *todos os números reais*<sup>3</sup> e, com essa interpretação, estamos autorizados a iniciar um novo campo numérico, a saber, os números transreais. A estratégia a ser adotada nesse caso é a seguinte: postulamos a presença de um operador  $*$  que *aglutina* ou *superpõe* os números: se  $a$  e  $b$  são reais, então  $a * b$  é a superposição de  $a$  e  $b$  e, obviamente, este novo número  $a * b$  não é um número real, mas pertence a um novo domínio numérico, que é uma extensão dos números reais.

Agora postulamos que consigamos, através do axioma da escolha e dos números ordinais transfinitos de Cantor, sequenciar todos os números reais  $r_i$ , da forma seguinte:

$$S_{\mathbb{R}} = r_1, r_2, r_3, \dots, r_{\lambda}, \dots$$

em que  $\lambda$  é um número ordinal pertencente à terceira classe de números, isto é, um número que representa a boa ordenação de um conjunto contínuo<sup>4</sup>.

Aplicando o operador  $*$  à *totalidade* da sequência, obtemos o seguinte conjunto superposição dos reais, ao qual chamaremos de  $\otimes S_{\mathbb{R}}$ :

$$\otimes S_{\mathbb{R}} = r_1 * r_2 * r_3, * \dots * r_{\lambda}, \dots$$

Reparemos que o conjunto  $\otimes S_{\mathbb{R}}$  não é uma mistura amorfa de números reais, mas sim a superposição ou aglutinação de todos os números reais: *um “cacho de uvas” contínuo e bem ordenado composto da totalidade dos números reais.*

3. A apresentação de “Nullity”, como a superposição de todos os números reais ainda não foi feita formalmente, mas é um projeto que vai ser levado adiante, pelo autor deste artigo, em 2020. Para tanto, o autor deste artigo espera contar com as sempre valiosas contribuições do Prof. Tiago Reis, do Departamento de Matemática do IFRJ de Volta Redonda – RJ.

4. O que se pede aqui é que admitamos que os números reais, através de uma função escolha e por meio dos ordinais de Cantor, possam ser apresentados como um conjunto bem ordenado, isto é, um conjunto em que cada subconjunto não vazio tem um menor elemento. Dessa forma, os reais se apresentam como uma sequência estendida, uma rede, em que cada elemento está indexado com um número ordinal. Obviamente, o número total de índices aqui utilizados tem de ser igual à cardinalidade do contínuo, posto que os reais não são enumeráveis, isto é, têm número cardinal maior que *alef zero* -  $\aleph_0$ . Esse fato é indicado no corpo do texto, ao se afirmar que o ordinal  $\lambda$  é um ordinal pertencente à terceira classe de números, classe esta que contém os números que conseguem contar o contínuo. Sobre as classes de números ordinais e sobre a terceira classe de números, ver CANTOR [1895] e [1897].

Esse “cacho de uvas”, obviamente, não é um número real, e podemos associá-lo ao número transreal  $\Phi = \mathbf{0}/\mathbf{0}$ , de tal forma que as propriedades fundamentais de  $\Phi$ , tais como<sup>5</sup>:

- f) **para todo número transreal  $r \neq \Phi$ , vale a conjunção**  
 $r \not\prec \Phi$  e  $r \not\succeq \Phi$ ;
- g)  $\infty - \infty = \Phi$ ;
- h) **Para todo número real  $r$ ,**  
 $\Phi \pm r = \Phi$

etc

possam ser derivadas do caráter superposicional de  $\otimes S_{\mathbb{R}}$ .

Assim, introduzindo a hipótese de que  $\Phi = \otimes S_{\mathbb{R}}$ , podemos admitir que todo número real  $r$  pode ser *separado* de  $\Phi$  por uma função  $g$  (uma espécie de função escolha) aplicado a um subconjunto  $F$  de  $\otimes S_{\mathbb{R}}$ , em que  $r$  aparece “aglutinado” a outros números reais e com índice  $j$ , tal que  $1 \leq j \leq \lambda$ , e, por sua vez,  $r$  pode voltar à “Nullity”, se multiplicado pelo fator  $\infty$  (posto que  $\infty \cdot r = \infty$ ) e depois subtraído por  $\infty$  (ver propriedade **g**) acima). Por conseguinte, a seguinte conjunção de correspondências funcionais é possível na aritmética dos transreais:

- i)  $\Phi \xrightarrow{g} r \in \mathbb{R} \quad \mathbf{e}$
- j)  $\mathbb{R} \xrightarrow{(\infty \cdot r - \infty)} \Phi$

A conjunção acima nos permite escrever a seguinte correspondência funcional, composição da duas anteriores:

- k)  $\Phi \xrightarrow{(\infty \cdot r - \infty)g} \Phi$

A expressão acima é uma tradução – ou *modelização* – para a aritmética dos números transreais da expressão

5. Sobre as propriedades fundamentais dos números transreais, ver ANDERSON, GOMIDE & REIS, 2016.

$$\Lambda \rightarrow f^*f\Lambda,$$

expressão esta que simboliza, matematicamente, o dinamismo cósmico da Natureza à luz da filosofia de Anaximandro: *do ápeiron tudo sai e ao ápeiron tudo voltará*. No contexto dos números transreais, o *ápeiron*  $\Lambda$  é substituído por  $\Phi = \otimes S_{\mathbb{R}} = \mathbf{0}/\mathbf{0}$ , e o dipolo *trágico separação-expição*  $f^*f$  é representado pela *composição funcional*  $(\infty.r - \infty)g$ . Surge então, a versão aritmética nos números transreais da máxima cósmica de Anaximandro: *de Nullity, a superposição de todos os números reais, qualquer número real  $r$  surge pela aplicação da função  $g$ ; e a Nullity, qualquer número real  $r$  retorna pela aplicação da operação  $(\infty.r - \infty)$* .

Desta maneira, a estrutura trágica que Anaximandro atribuiu à Natureza ganha uma *roupagem* matemática, e esta roupagem, antes de ser apenas um fetiche, com o poder expressivo inerente ao léxico matemático, típico das teorias dos conjuntos ou das categorias (onde encontramos, respectivamente, os universos dos conjuntos – ou das classes – e dos funtores ou morfismos – as funções vistas de forma mais abstrata e generalizada), revela que a linguagem matemática não só se presta a apresentar as *articulações mecânicas* da Natureza, articulações estas que se mostram, na maioria dos casos, sob a forma de equações diferenciais lineares ou não lineares, mas, também, pode revelar de forma concisa e bem estruturada uma eventual Natureza, ética ou moral, subjacente às leis cósmicas. No caso da filosofia de Anaximandro, essa Natureza moral ou ética, fundamentada na perspectiva trágica de que tudo que nasce deve morrer e voltar ao *ápeiron* – o Indeterminado – encontra sua tradução matemática na aritmética dos números transreais, a partir da possibilidade de mapearmos para o domínio dos transreais a figura metafísica do *ápeiron*, sob a forma do número *Nullity*, isto é, pressupomos que há uma tradução  $t$  do *ápeiron*  $\Lambda$  para *Nullity*. Em outras palavras, admitimos a existência de uma *tradução*  $t$ , de tal forma que

$$1) \quad t(\Lambda) = \Phi = \otimes S_{\mathbb{R}} = \mathbf{0}/\mathbf{0}.$$

Muitos podem objetar que o postulado acima expresso é artificial ou arbitrário, posto que a linguagem da filosofia de Anaximandro, uma vez repleta de elementos imagéticos atrelados a uma concepção de Mundo, trágica, portanto *poética*, não se permite traduzir para o campo da Matemática, lugar



por excelência das construções analíticas e dos conceitos “limpos” de qualquer *equivocidade imagética ou indeterminação inerentes*. Mas é, justamente, contra essa tese de caráter limitante e metodológico, que se levantam os números transreais, *domínio matemático no qual, em princípio, o Indeterminado encontra guarida*: de acordo com o que foi apresentado neste artigo, há uma possível interpretação fundacional dos números transreais, segundo a qual *Nullity*, uma vez se identificando com a superposição de todos os números reais, é o próprio representante matemático do Indeterminado.

Sendo assim, o vocabulário matemático, além de conter retas, pontos e volumes bem precisos, também possui “cachos de uvas” infinitos: com os transreais, a Matemática se expande e se torna a morada do Indeterminado, a superposição de todos os números; e o “irmão de sangue” do Indeterminado, o Infinito, não se sente mais só, em meio a tantos números, que cabem na régua e desdenham o que não pode ser medido...

## Referências

ANDERSON, J. “Representing geometrical Knowledge” in: Phil. Trans. Soc. Lond. Ser B 352/ (1358): 1129-1139, 1997.

ANDERSON, J.; REIS, T. “Construction of the Transcomplex Numbers from the Complex Numbers” in World Congress on Engineering and Computer Science 2014, San Francisco, USA, 22-24 October 2014.

ANDERSON, J; REIS, T. “Transreal Calculus”, IAENG International Journal of Applied Mathematics, v. 45, n. 1, p. 51-63, 2015.

ANDERSON, J.; REIS, T. “Transdifferential and Transintegral Calculus” in World Congress on Engineering and Computer Science 2014, San Francisco, USA, 22-24 October 2014, v. 1, p. 92-96.

ANDERSON, J; REIS, T. “Transreal Limits and Elementary Functions” in Haeng Kon Kim; Mahyar A. Amouzegar; Sio-long Ao. Transactions on Engineering Technologies, World Congress on Engineering and Computer Science 2014. London: Springer, p. 209-225, 2015.

ANDERSON, J.; REIS, T. “Transreal Newtonian Physics Operates at Singularities”. In: *Synesis*, v. 7, n. 2, [2014].

ANDERSON, J.; REIS, T., “Transreal Limits Expose Category Errors in IEEE 754 Floating-Point Arithmetic and in Mathematics” in World Congress on Engineering and Computer Science 2014, San Francisco, USA, 22-24 October 2014, v. 1, p. 86-91.

ANDERSON, J, GOMIDE, W. & REIS, T. “Construction of the Transreal Numbers and Algebraic Transfields” IAENG International Journal of Applied Mathematics, v. 46, no. 1, p. 11-23, 2016.

ANDERSON, J; GOMIDE, W. “Transreal Arithmetic as a Consistent Basis for Paraconsistent Logics” in World Congress on Engineering and Computer Science 2014, San Francisco, USA, 22-24 October 2014, v. 1, p. 103-108.

ANDERSON, J, GOMIDE, W & REIS, T. “Transreal Logical Space of All Propositions” in Haeng Kon Kim; Mahyar A. Amouzegar; Sio-long Ao. Transactions on Engineering Technologies, World Congress on Engineering and Computer Science 2014. London: Springer, p. 227-242, 2015.

ANDERSON, J, GOMIDE, W. & REIS, T. “Transreal Proof of the Existence of Universal Possible Worlds” an abstract in Handbook of the 5th World Congress and School on Universal Logic Istanbul, Turkey, p. 324-324, June 25-30, 2015.

CANTOR, G. [1895/97]. “Beiträge zur Begründung der transfiniten Mengenlehre”. In: Cantor [1932], 282-351. English trans. in Cantor. Contributions to the founding of the theory of transfinite numbers. New York: Dover, 1955.

NIETZSCHE, F. [1873]. *A Filosofia na Época Trágica dos Gregos*. Coleção *Os Pensadores. Os Pré-Socráticos. Fragmentos, Doxografia e Comentários*. Tradução de Rubens Rodrigues Torres Filho. São Paulo: Editora Abril, 1996.

Artigo recebido em 19/11/2019 e aprovado para publicação em 02/12/2019

ISSN 1677-7883

DOI: <http://dx.doi.org/10.31607/coletanea-v18i36-2019-7>

### Como citar:

GOMIDE, Walter. Nullity: O indeterminado na matemática – o *Ápeiron* de Anaximandro de Mileto traduzido para a Aritmética dos Números Transreais. *Coletânea: Revista de Filosofia e Teologia da Faculdade de São Bento do Rio de Janeiro*, Rio de Janeiro, v. 18, n. 36, p. 371-380, jul./dez. 2019. Disponível em: [www.revistacoletanea.com.br](http://www.revistacoletanea.com.br)