ISSN 1677-7883
DOI: http://dx.doi.org/10.31607/coletanea-v17i34-2018-6

Boole e a lógica vista como álgebra das operações do pensamento

Boole and Logic seen as the Algebra of the Thought Operations

André Campos da Rocha*

Resumo: O objetivo deste artigo é apresentar, de forma sucinta, a abordagem algébrica que George Boole fez da lógica. Com isso, pretende-se mostrar os primeiros momentos de efetivação da matematização dessa ciência, tal como Leibniz havia sonhado com a sua "característica universal". As contribuições do matemático britânico acabaram por modificar definitivamente a aparência e a metodologia da lógica. A partir do empreendimento do autor ora examinado, a lógica ganhou um novo estilo e passou a ser conhecida pelos nomes de *lógica simbólica*, *lógica matemática* e *lógica moderna*.

Palavras-chave: Boole. Álgebra. Lógica moderna. Lógica matemática.

Abstract: The purpose of this article is to briefly present George Boole's algebraic approach to logic. Thus, it intends to show the first moments of the mathematization actualization of this science, just as Leibniz once dreamed to do in his "universal character". The contributions of the British mathematician eventually changed the logic appearance and methodology. Since the enterprise of the author examined here, logic gained a new style and came to be known by the names of *symbolic logic*, *mathematical logic* and *modern logic*.

Keywords: Boole. Algebra. Modern logic. Mathematical logic.

* André Campos da Rocha é professor adjunto da Faculdade de São Bento do Rio de Janeiro (FSB-RJ), possui doutorado em Filosofia pela Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ) e pós-doutorado em História das Ciências, das Técnicas e Epistemologia pelo HCTE-UFRJ. Contato: monodromia@gmail.com

1 A transformação da lógica no século XIX

> A avaliação de uma teoria não é simplesmente determinada por sua verdade. Ela também depende da importância de seu assunto e da extensão de suas aplicações. Além disso, algo ainda deve ser deixado à arbitrariedade da opinião humana. (George Boole)

De uma forma geral, o surgimento da lógica moderna costuma estar atrelado aos programas de Frege e Russell. No entanto, o papel que **George Boole** (1815-1864) desempenhou na construção desse edifício não deve ser menosprezado. Embora sejam claras as limitações de sua assim chamada "álgebra da lógica", que em essência "permanecia ainda impregnada da metafísica implícita da linguagem, uma vez que demasiadas vezes não fazia mais que pô-la em equações" (BOLL e REINHART, 1992, p. 13), a motivação de se servir de técnicas algébricas para realizar cálculos lógicos, foi uma contribuição decisiva.

Este artigo tem por objetivo apresentar algumas das transformações pelas quais a lógica passou no século XIX, tomando em conta alguns pontos das contribuições para a lógica de Boole. Desse modo, acompanha-se, aqui, a asserção de Dov B. Gabbay: "O século XIX é ampla e corretamente considerado aquele em que a revolução matemática na lógica alcançou seu avanço" (2008, p.vii). Não se tem em mente a defesa de qualquer tese ousada, apenas persegue-se o intuito de apresentar a inequívoca historicidade dessa ciência, que em certo momento lhe foi negada[1]. Como assinala Newton da Costa:

> Sabe-se, por exemplo, que Kant reputava a lógica, na sistematização aristotélica, uma doutrina acabada e perfeita. E esta opinião de Kant expressava o parecer quase unânime dos especialistas. Todavia, basta que se compare um manual de lógica, do tipo tradicional, com um contemporâneo, contendo conquistas feitas nos últimos cem anos, para que não se possa por em dúvida a transformação sofrida pela ciência, criada pelo Estagirita, no decurso dos séculos XIX e XX (2008, p. 42).

[1] Apenas como exemplo, podemos nos referir ao que Kant afirma no "Prefácio" da segunda edição da *Crítica da razão pura*. Segundo o filósofo alemão, a lógica não progrediu desde Aristóteles, parecendo "acabada e perfeita".

Pretende-se, portanto, mostrar que a índole matemática, que caracteriza vigorosamente a lógica no século XX[2], possui seus antecedentes no século anterior.

Na metade do século XIX, a lógica começa a sofrer uma mudança semelhante a que a física sofreu no século XVII. Tal como as "revoluções científicas", que alteraram a feição das ciências naturais, a "matematização" da lógica viria a reconfigurá-la de forma definitiva e com consequências severas para a filosofia e para a própria matemática. Essa mudança radical na lógica, que consistiu numa progressiva aproximação da matemática, a fez se desenvolver de maneira rápida, ultrapassando, em poucos anos, a quantidade de resultados obtidos desde sua criação, no século IV a. C. Essa nova lógica é chamada lógica simbólica, lógica matemática e, às vezes, lógica moderna. É importante sublinhar que tais adjetivos são supérfluos, embora frequentemente apareçam mesmo em textos técnicos. Essa lógica "simbólica" ou "moderna" é simplesmente a lógica formal que é operacionalizada por filósofos, cientistas da computação e matemáticos atualmente. Com o desenvolvimento da ciência da lógica, acabou-se por redefinir a importância da teoria do silogismo. No contexto da lógica atual, aquela teoria lógica aristotélica é uma fração modesta da lógica contemporânea. No entanto, é importante ter em conta que não há uma ruptura estrita entre as duas fases. Não é como a física de Aristóteles e a "nossa física", que não têm nada em comum. As lógicas antiga e medieval eram válidas, porém insuficientes, e se conservam dentro da "nova". Como afirma Gisbert Hasenjaeger:

> A lógica moderna, tal como se desenvolve desde o século XIX pelos trabalhos de Boole, Schröder, Peirce, Frege, Peano, Whitehead, Russell e outros autores, forneceu um conjunto de teoremas e modos de inferência, os quais, de uma parte, podem se integrar naturalmente aos conhecimentos de Aristóteles e dos Estóicos (...) (1968, p. 14).

Contrariamente à opinião de alguns filósofos do século XVIII, como Kant, a lógica de Aristóteles não era a forma mais completa possível dessa ciência. Inclusive, antes e durante a vida de Kant, alguns avanços se operaram.

---

[2] Sobre a relação entre lógica e matemática, num depoimento concedido para os **Arquivos Históricos do CLE/Unicamp**, em 1991, Newton da Costa afirma que: "Sem formação matemática profunda a gente só faz trivialidades" (SANT´ANNA, 2011, p. 147)

No final da época antiga e no período que vai de 1750 a 1840, aproximadamente, o que se acrescenta ao legado de Aristóteles é, pelo menos, de igual importância ao que ele tinha produzido. Mas o projeto de uma lógica formal adequada para o raciocínio real e científico se desenvolve depois de 1840.

2 **A lógica entendida como cálculo algébrico**

Se fizermos uma genealogia da questão que orientou Boole (ou seja, a busca de uma "característica universal"), saberemos que o pioneirismo do sonho com a matematização da lógica, cabe ao matemático e filósofo Leibniz. Segundo Wolfgang Lenzen, a álgebra completa de conceitos que Leibniz desenvolveu, nos forneceu um conjunto de axiomas para um dos seus cálculos, denominado L1[3], que se pode mesmo afirmar que ele "descobriu" a álgebra booleana 160 anos antes de Boole (2014, p. 3).

De forma muito sucinta, podemos afirmar que o projeto leibniziano consistia em *calcular* com conceitos. No entanto, para calcular, há a necessidade de utilização de símbolos que indiquem operações sem nenhuma ambiguidade. Por isso, a "revolução" que acontece na lógica entre 1840 e 1900, terá como um de seus objetivos precípuos criar uma linguagem tão ou mais rigorosa que a linguagem da álgebra. Dale Jacquette é da opinião que:

> O desenvolvimento da lógica simbólica moderna envolveu um progresso constante de episódios extraordinários. Entre os poucos detalhes e inovações que mais contribuíram para o progresso da lógica contemporânea, deve-se incluir a análise algébrica de George Boole da silogística aristotélica tradicional. (2008, p. 331)

De maneira independente dos resultados obtidos por Leibniz, o primeiro autor que teve sucesso na tarefa de relacionar lógica com álgebra é o matemático britânico George Boole, que publicou suas descobertas nos livros *Análise matemática da lógica* (1847)[4] e *Uma investigação sobre as leis do pensamento* (1854)[5]. Embora Boole seja reconhecido como um matemático que deu "conti-

---

[3] Numa reconstrução sistemática da lógica de Leibniz, revelam-se cinco "cálculos" diferentes. Quatro destes cálculos, formam uma cadeia de lógicas cada vez mais fortes, L0.4, L0.8, L1 e L2, nas quais os decimais indicam a força lógica do sistema.
[4] *The Mathematical Analysis of Logic: Being an Essay Towards a Calculus of Deductive Reasoning.*
[5] *An Investigation of the Laws of Thought on Which are Founded the Mathematical Theories of Logic and Probabilities.*

nuidade ao tratamento científico dos princípios fundamentais da álgebra iniciado por Hamilton e Grassmann" (EVES, 2004, p. 557), esse trabalho o considerará sob outro aspecto. O que dele se pretende acentuar é a sua fundamental importância para dar início à modelagem algébrica da lógica. Como nos chama a atenção, ainda, Jacquette:

> Boole não se propõe a apresentar uma álgebra inteiramente nova, mas apenas articular uma interpretação anteriormente não desenvolvida de relações algébricas estabelecidas. Para este fim, apresenta um conjunto de princípios para a aplicação da álgebra na análise matemática da teoria lógica silogística. Os princípios com apenas pequenas modificações permaneceram como o núcleo essencial do que continua sendo conhecido como álgebra booleana (2008, p. 342).

Portanto, consideramos Boole como um continuador, de forma independente e por outros meios, do projeto de Leibniz, ou seja, como um investigador das leis fundamentais das operações da mente, pelas quais o raciocínio (seja ele o que for) é realizado. Para que se obtenha sucesso em tal empreendimento, há que se estabelecer uma linguagem simbólica para um cálculo que dê o fundamento capaz de estabelecer a lógica e seu método.

No tempo de Boole, as propriedades das operações dos números naturais já eram bem conhecidas. Sabia-se que as operações de adição e multiplicação de números (naturais ou não) satisfazem as seguintes propriedades:

Nome da propriedade	**Caso da adição**	**Caso da multiplicação**	Significado
Comutativa	**a+b = b+a**	**a×b = b×a**	A ordem dos números é irrelevante para o resultado
Associativa	**a+(b+c) = (a+b)+c**	**a×(b×c) = (a×b)×c**	Os números podem ser agrupados sem alterar o resultado
Elemento neutro	**a+0 = a**	**a×1 = a**	Existe um número que é *neutro* para as operações, ou seja, não altera o número com o qual é operado.
Inverso	**a+(–a) = 0**	**a×(1/a) = 1** [se **a≠0**]	Todo número tem um *inverso*. Operado com seu inverso, esse número produz o elemento neutro. No caso da multiplicação, o zero não tem inverso.
Distributiva	**a × (b+c) = (a×b) + (a×c)**		A multiplicação pode ser *distribuída* respeito da adição. Ou seja, o produto de um número por uma soma é igual à soma dos produtos desse número pelos componentes da adição.

A partir disso, Boole pensou na possibilidade de fazer operações com *conceitos quaisquer*, mesmo que não fossem numéricos. Desse modo, o matemático inglês escreve que: "Aqueles que estão familiarizados com o estado atual da teoria da Álgebra Simbólica, estão cientes de que a validade dos processos de análise, não dependem da interpretação dos símbolos que são empregados, mas unicamente das leis de sua combinação" (BOOLE, 2009, p. 3).

Boole utilizou o conceito de *classe*, que era equivalente, em sua teoria, ao que é usualmente chamado "conjunto". Uma classe (ou conjunto) é o conceito que corresponde a um "agregado" de objetos com alguma propriedade comum. Nas palavras do próprio autor: "Assumindo a noção de uma classe, somos capazes, a partir de qualquer coleção concebível de objetos, a separar por um ato mental, os que pertencem à classe dada, e a contemplá-los à parte do restante" (BOOLE, 2009, p. 5).

Assim, a classe de todos os nascidos no Brasil ou naturalizados no país é a classe dos brasileiros. Como se sabe, as classes podem ser utilizadas para representar predicados no silogismo. Desse modo, pensou Boole que era possível fazer "soma" e "produto" de classes como se fossem números. De fato, essa ideia já tinha sido sugerida por Leibniz que até tentou relacionar as operações aritméticas com as operações da mente, mas não conseguiu uma formulação consistente.

A **adição** de duas classes foi definida por Boole quando ambas eram *disjuntas*, ou seja, sem nenhum elemento em comum. Por exemplo, a classe **A** dos triângulos e a classe **B** dos círculos são disjuntas, pois nenhuma figura pode ser ao mesmo tempo triângulo e círculo.

Nesse caso, a *soma* das classes **A+B** é a classe que contém os elementos de ambas; no exemplo, a que contém os círculos e também os triângulos.

A **multiplicação** foi sugerida por um caso particular da aritmética. Supondo que se tenha uma aritmética com apenas os dois números **0** e **1**.

Os produtos possíveis entre eles são:

×	**0**	**1**
0	0	0
1	0	1

Pode-se pensar da seguinte maneira: imagine ter apenas duas classes **Λ**[6] e **V**, que são, respectivamente, a classe *vazia* (sem elementos) e a classe *universal* (a que tem tudo o que existe dentro dela).

Boole fez corresponder **0** à classe vazia e **1** à classe universal, e propôs a seguinte "tabuada":

×	**Λ**	**V**
Λ	**Λ**	**Λ**
V	**Λ**	**V**

É possível observar que o resultado da multiplicação é sempre a "menor" das classes. Com efeito, a classe vazia, por não possuir elementos, é "menor" que a classe universal. Isso concorda com a tabuada aritmética acima: caso se substitua **Λ** por **0** e **V** por **1** obtém-se a tabuada anterior.

Mas, em geral, duas classes **A** e **B** podem não ser a vazia e a universal. Por exemplo, **A** pode ser a classe dos motoristas e **B** a classe dos funcionários públicos. Nenhuma delas é vazia.

Para esses casos, é necessário dar uma definição mais geral que a proposta por Boole para **Λ** e **V**. A multiplicação de **A vezes B** é definida como a classe que contém os elementos comuns a ambas.

A × B = **a classe de todos os elementos de** A **que também são elementos de** B.

No exemplo, **A x B** é a classe dos motoristas que são funcionários públicos.

Essa álgebra não é exatamente equivalente àquela que se toma contato na escola. Com efeito, algumas propriedades da adição e a multiplicação, mostradas na tabela ao começo estão valendo. A adição e a multiplicação lógica são, ambas:

a) Comutativas: a classe **A+B** é igual à classe **B+A** e o mesmo para **AxB**.

b) Associativas.

c) Têm elemento neutro: para a soma é a classe vazia, pois **A+Λ=A** e para a multiplicação é a classe universal, pois **AxV = A**.

[6] Nos começos da lógica simbólica, tanto Boole, como Frege, Russell e outros, indicavam a classe (conjunto) vazio com a letra V invertida, assim: **Λ**, para sugerir que era o "oposto" do conjunto universal.

Mas, na multiplicação lógica não existe *inverso*, embora Boole tenha procurado encontrar um equivalente[7].

Boole se tornou uma figura que influenciou na aparição do novo estilo de lógica, mas não foi o autor fundamental. Sua importância, porém, se revela no fato de ter encontrado um novo tipo de álgebra, que atualmente se chama *álgebra de Boole*.

Viu-se acima que os conceitos passam a ser, na teoria de Boole, objetos de uma álgebra. E o caminho é considerar os conceitos como a classe que os representa. Assim, o conceito de "pessoa" é representado pela classe das pessoas, o conceito de "gato" pela classe dos gatos etc.

Pode-se esquecer os "conceitos", segundo o seu sentido tradicional, que é algo um pouco obscuro, e falar só das classes. Uma questão que emerge é: "o que acontece com os conceitos individuais, como o conceito de "James Joyce" ou de "Antonio Conselheiro"? A esses conceitos correspondem classes com um elemento só. Assim o conceito "Antonio Conselheiro" também é uma classe, cujo único elemento é Antonio Conselheiro.

Feito isso, pode-se ver a correspondência entre as operações numéricas e as operações com classes:

Adição de números ⟶ adição de classes: **A+B** é a classe que contém os elementos de ambas.

Multiplicação de números ⟶ multiplicação de classes: **A** × **B** é classe que contém os elementos comuns às duas.

A definição de adição faz sentido para duas classes quaisquer. Mas a multiplicação foi definida apenas quando uma delas é a classe vazia **Λ** e a outra a classe universal **V**. O que acontece quando **A** e **B** são classes quaisquer?

Suponha-se que **A** é a classe (conceito) dos gaúchos e **B** é a classe (conceito) dos médicos. Aqui não faz sentido dizer qual é a "menor". Nenhuma delas está "dentro" da outra. Há médicos não gaúchos e gaúchos não médicos.

Fazendo mais geral a definição acima, podemos definir **A x B**, como a classe cujos elementos são *comuns* a ambas. No exemplo, **A x B** é a classe dos médicos gaúchos.

[7] Como este texto é descritivo, conto com a capacidade do leitor de compreender intuitivamente algumas afirmações feitas acima, sem a necessidade das provas. Aconselha-se o esforço de pensar com exemplos.

Caso se queira reproduzir a lógica como uma álgebra, há a necessidade de se tomar outras providências:

1) Expressar outras operações lógicas de maneira análoga às operações aritméticas, como já foi feito com adição e multiplicação;
2) Expressar relações lógicas como relações algébricas.

Das operações lógicas, ainda resta considerar a **negação**. Negar é uma operação lógica típica:

Quando se afirma:

"A grama *não* é vermelha"

O que se tem, de fato, é:

"A sentença 'a grama é vermelha' é falsa".

Ou seja, a negação "troca" uma sentença verdadeira por uma falsa.

Boole talvez tenha pensado que um análogo da negação na álgebra, seria a operação de calcular o negativo, ou seja, a que transforma um número **a** em seu "oposto" – **a**. No entanto, se alguém "nega" um número qualquer, obtém seu simétrico, por exemplo, "negando" **15** obtém-se – **15**, e negando (– ¾) obtemos **¾**. Ora, se toma-se o conceito "baiano", sua negação é a classe complementar, ou seja, a de todos os que não são baianos. Então, não há nenhuma relação interessante entre o "oposto" algébrico de um número e a negação de um conceito.

Boole aprimorou sua ideia e definiu a **negação** de um conceito A, assim:

– A = V – A

Ou seja, o negativo (ou complementar, tanto faz) de um conceito, está representado pela classe de todos os objetos do universo que *não estão em* **A**. Isso sim faz sentido.

Uma observação prévia sobre o conjunto **V**. Os autores do século XIX, quando falavam em universo, pensavam no conjunto de *todos* os elementos que existem. Todavia, esse conjunto parece "muito grande". É possível perceber, sem dúvida, que falar de tudo o que existe é místico e difícil de manusear. Hoje é usual considerar como universo o "maior" conjunto onde estão contidos todos os objetos de que necessitamos. Por exemplo, se alguém está analisando um problema da geometria plana, o **V** pode ser o conjunto dos pontos, as retas e as figuras geométricas. Não precisa conter outras coisas.

Esclarecido isso, podem-se declinar alguns exemplos de *negação* ou *complemento* de uma classe. Considere-se como universo **V** a classe de todas as pessoas do planeta.

a) Se **A** é a classe dos brasileiros, então – **A** é a classe de todas as pessoas que *não* são brasileiras.

b) Se **A** é a classe que contém asiáticos, africanos e habitantes da Oceania, então – **A** é a classe dos americanos (em geral) e os europeus.

c) Se **A** é a classe de pessoas cuja estatura não ultrapassa os 2 metros, então – **A** é a classe dos gigantes.

Outro problema que emerge, atacado por Boole, é interpretar, na álgebra, algumas *relações* entre conceitos, que *não* são operações. Relações e operações possuem alguma semelhança, mas não são o mesmo tipo de objeto.

Por exemplo, caso se suponha as classes correspondentes aos conceitos:

A: ser nordestino;

B: ser médico.

A adição, multiplicação e complementos destes conceitos (classes) são *operações*, pois o resultado é um novo conceito (classe). Como se pode observar:

A + B —> a classe que contém todos os nordestinos e todos os médicos.

A x B —> a classe de todos os nordestinos que são médicos.

– **A** —> a classe de todas as pessoas que não são nordestinas.

– **B** —> a classe de todas as pessoas que não são médicos.

Ora, supondo-se que se tenha a classe **C** dos brasileiros, e se queira expressar isto:

Todo nordestino é brasileiro.

Uma forma de fazê-lo é expressar que a classe **A** está contida em **C**, ou seja

A *está contida em* **C**.

"Estar contido em" é uma relação e não uma operação. Com efeito, ao se colocar esta expressão entre duas classes, como acima, não se obtém uma classe, mas uma sentença que afirma que **A** está contida em **C**.

Boole inspirou-se na situação análoga que acontece na aritmética. As duas primeiras linhas indicam situações semelhantes; enquanto a última indica algo diferente:

9 + 10 —> **19**

9 x 10 —> **90**

9 < 10 —> a sentença que afirma "**9** é menor que **10**".

Enquanto **+** e **x** são operações, **<** é uma relação.

Ora, a relação de "estar contido" foi indicada por Boole pela relação algébrica $\leq$.

A ≤ **B** significa: "**A** está contido em **B**".

A relação "estar contido" tem algumas propriedades em comum com a relação "menor ou igual" em álgebra. Daí a inspiração de Boole. As principais são:

1) Propriedade reflexiva: **A ≤ A**

2) Propriedade antissimétrica: Se **A ≤ B** e também **B ≤ A**, então **A e B** devem ser a mesma classe.

3) Propriedade transitiva: Se **A ≤ B** e **B ≤ C**, então **A ≤ C**.

Essa última propriedade é a que permite tirar a conclusão no silogismo quando as duas premissas são afirmativas universais.

3 **Obstáculos não ultrapassados por Boole**

Boole relacionou a lógica com a álgebra. No entanto, apesar do mérito e da influência de seu trabalho, ele não lidou com os problemas "profundos": cingiu-se a comparação externa entre as leis do "pensamento" e as da álgebra. Vários problemas ficaram sem resposta: O que é, afinal, um *sistema* de lógica? E as operações lógicas, das quais conhecemos as propriedades algébricas, como podem ser *definidas*? Qual é a relação entre esse enfoque algébrico e o conceito chave de *dedução*?

Enfim, Boole não fundamenta a lógica. Apenas mostra que ela pode ter uma estrutura matemática – o que não é pouco. A aproximação entre matemática e lógica teve diversas causas, mas a mais influente foi a necessidade de a matemática do século XIX explicar alguns fatos que pareciam críticos. Um deles, era a definição de **número natural**.

Alguns números eram conhecidos desde a Antiguidade; e outros foram adicionados em épocas posteriores. Ninguém sabe quando apareceram os números *naturais*, que servem para contar: **1**, **2**, **3**, ..., mas deve ter sido em épocas pré-históricas[8].

Já as *frações*, como **2/3**, **1/2**, **5/6**... são consideradas números que foram concebidos na matemática grega. Mas os gregos também "descobriram" os

[8] Sobre o mistério que reinava sobre os números naturais, Leopold Kronecker (1823-1891) afirmou: "Deus fez os números naturais. O resto é obra dos homens".

números irracionais, como a raiz quadrada de **2**. Ou seja, todos os números reais *positivos* já eram conhecidos na matemática antiga. O *zero* e os *negativos* são acrescentados muito depois.

Finalmente, no século XIX, consegue-se uma definição rigorosa de "quase" todos os números, utilizando um processo progressivo: a partir dos naturais, definem-se os inteiros, que são os naturais ou seus negativos; usando os inteiros, definem-se as frações; os irracionais podem definir-se por métodos tirados do cálculo (limites de sequências ou outras construções semelhantes). Mas faltava algo: *a definição do próprio número natural*!

Se já sabemos o que são números inteiros, podemos definir um número racional, como o quociente de dois inteiros **a** e **b**, sendo **b ≠ 0**. Todos os racionais são, dessa forma, **a/b**. Quando a é múltiplo de **b**, o racional é também inteiro. A partir dos racionais, podem ser definidos os reais e, com base nestes, os *complexos* (que incluem os imaginários).

Mas os naturais não podem ser definidos, usando outros números. Não há números mais simples com os quais eles podem ser construídos. No século XIX, sabia-se que os números naturais provinham da operação de *contar*, mas não se tinha uma definição matemática deles.

Entre 1870 e 1890, vários matemáticos europeus se propuseram a resolver a charada: "que são os números naturais?". Os investigadores, no entanto, estavam cientes de que as definições não são sempre possíveis, e alguns conceitos devem ser aceitos como primitivos, como era o caso do conceito de *ponto* na geometria. Mas talvez fosse possível encontrar um conceito *ainda mais intuitivo e genérico* que o de número natural, a partir do qual o número natural pudesse ser rigorosamente definido.

Ou seja, existia um vago sentimento de que o conceito de número natural estava na fronteira entre a matemática e algo mais geral... talvez, a *lógica*. Mas uma definição de número exigia uma lógica bem mais potente que a de Boole e, obviamente, de Aristóteles. Na verdade, a primeira fundamentação rigorosa do conceito de número natural é formulada por Giuseppe Peano, utilizando-se de três conceitos primitivos e cinco axiomas.

Sabe-se desde há muito tempo que é possível pensar coisas diferentes que têm alguma propriedade em comum e colocá-las num mesmo "aglomerado". Os antigos chamavam esse aglomerado uma *espécie* ou um *gênero*, dependendo do "tamanho". O mesmo nome usaram os medievais. Temos o típico exemplo: o gênero dos animais e a espécie dos racionais, que serve para definir "homem" como "animal racional".

Também faz tempo que se sabe quando uma dessas espécies está contida em outra. Assim, *homem* está contido em *animal* e também em *racional*. Sabe-se também que a ideia de formar aglomerados e estudar quem está contido em quem é usada para decidir se um silogismo é ou não correto. Aliás, um nome elegante para esses aglomerados é **classe**. E é com essa terminologia que Boole se refere a eles em sua teoria.

Esta ideia intuitiva, mas bastante concreta de classe foi definitivamente fundamentada na segunda metade do século XIX. Os aglomerados ou classes foram chamados **conjuntos**. A organização da teoria foi feita pelo matemático alemão **Georg Cantor** (1845 – 1918).

O conceito de conjunto serve de base para a definição de número natural. Portanto, fica encerrado o problema, pois os outros números são definidos com base nos naturais.

Em algumas teorias é necessário diferenciar *conjunto* de *classe*. Um conjunto é um estilo especial de classe. Mas isso é irrelevante na maioria dos casos. Pode-se, então, considerá-los sinônimos. Assim sendo, fica evidente que os conjuntos (as classes) tinham sido pesquisados por Boole para expressar conceitos.

Mas Boole não vai além da análise "externa" das classes. Ele associa um conceito (por exemplo, "ser professor") com uma classe (a dos professores) e depois opera com os conceitos (as classes) como se fossem números. No entanto, nada se investiga sobre o *que* são os conjuntos, como se definem, como se cria uma teoria para eles. Tudo isso será feito por Cantor.

4 **Algumas observações finais**

A lógica, no estilo propugnado por Boole, passou a ser conhecida pelos nomes de *lógica simbólica*, *lógica matemática* e *lógica moderna*. O objetivo era diferenciá-la da lógica tradicional (antiga e medieval) que ainda se ensinava nos cursos de filosofia (e não apenas nos de história da filosofia).

A expressão "lógica simbólica" talvez seja a que melhor represente o espírito atual, pois a introdução de um simbolismo coerente e de fácil manuseio é uma inovação radical. A expressão "lógica matemática" enfatiza a inspiração matemática da lógica, mas é utilizada mais tecnicamente para referir-se à lógica como mais uma área dentro da matemática, junto à álgebra, à aritmética etc. Além disso, este rótulo, quando é aplicado a toda a lógica formal, impede que se veja o interesse dessa ciência por outras áreas não matemáticas de conhecimento. A lógica é, na prática, *mais geral* que a matemática.

A nomenclatura "Lógica moderna" é usada em lugares onde o estilo simbólico é ainda novidade. Não parece apropriado dizer que uma disciplina que possui mais de um século e meio seja tão "moderna". Por outro lado, a expressão "moderna" faz pensar que *antes* dela, havia uma lógica não moderna bastante desenvolvida.

A investigação em lógica foi se transferindo da filosofia para a matemática a partir da década de 1920. Fora alguns poucos casos, os filósofos se cingiram a problemas chamados de "filosofia da lógica" tais como a existência de objetos lógicos, a universalidade das "leis" lógicas etc.

A partir dessa época, podem diferenciar-se dois usos diferentes da palavra "lógica". Um é o de lógica formal e segue a tradição de Boole e se consolida com Frege e Russell. Mesmo os estudos filosóficos nesta linha estão baseados no reconhecimento dessa lógica. O outro é filosófico amplo, onde cabem quase todas as correntes: a exemplo de Husserl que escreve vários tratados sobre filosofia do conhecimento, alguns dos quais intitula com o nome de "lógica" (*Investigações Lógicas*, *Lógica Formal e Transcendental*). Os marxistas propõem uma lógica gerada na *dialética*; e os neo-medievalistas lutam por mostrar que toda a lógica atual já tinha sido "pressentida" por Aristóteles e São Tomás de Aquino.

O estilo de lógica que encontramos em Boole, e que viria a ser codificada por Frege, é *clássico*. Ou seja, os "princípios" que sustentavam a lógica tradicional (como a exigência de que não exista contradição), continuam a ser válidos.

Referências

BELNA, J. P. *Cantor*. São Paulo: Estação Liberdade, 2011.

BOLL, M.; REINHART, J. *A história da lógica*. Lisboa: Edições 70, 1992.

BOOLE, G. *The Mathematical Analysis of Logic:* Being an Essay Towards a Calculus of Deductive Reasoning. Cambridge: Cambridge University Press, 2009.

DA COSTA, N. *Ensaio sobre os fundamentos da lógica*. São Paulo: HUCITE, 2008.

DAGHLIAN, J. *Lógica e álgebra de Boole*. São Paulo: Atlas, 1995.

EVES, H. *Introdução à história da matemática*. Campinas: Unicamp, 2004.

GABBAY, D. *Handbook of the History of Logic*: British Logic in the Nineteenth Century. Volume 4. Amsterdam, 2008.

HASENJAEGER, G. *Conceptos y problemas de la* lógica moderna. Barcelona: Editorial Labor, 1968.

JACQUETTE, D. Boole´s logic. *In:* GABBAY, D.; WOODS, J. (Ed.) *Handbook of the History of Logic*: British Logic in the Nineteenth Century. Volume 4. Amsterdam: Elsevier, 2008.

LENZEN, W. Leibniz´s logic. *In:* GABBAY, D.; WOODS, J. (Ed.) *Handbook of the History of Logic*: British Logic in the Nineteenth Century. Volume 3. Amsterdam, 2014.

MILIES, C. P.; COELHO, S. P. *Números: uma introdução à matemática*. São Paulo: EDUSP, 2006.

SANT´ANNA, A. (Org.) *Encontros: Newton da Costa*. Rio de Janeiro: Azougue, 2011.

Artigo recebido em 10/12/2018 e aprovado para publicação em 18/12/2018

ISSN 1677-7883
DOI: http://dx.doi.org/10.31607/coletanea-v17i34-2018-6

Como citar:

ROCHA, André Campos da. Boole e a lógica vista como álgebra das operações do pensamento. *Coletânea*, Rio de Janeiro, v. 17, n. 34, p. 307-322, jul./dez. 2018. Disponível em www.revistacoletanea.com.br.